

УДК 537.52

DOI: 10.51368/1996-0948-2023-4-41-47

EDN: QRALIB

PACS: 52.80.-s, 52.50.Sw,  
52.40.Db, 52.35.Hr, 52.50.Qt

## Численное моделирование пространственной структуры электромагнитного поля СВЧ разряда в пробкотроне

С. А. Двинин, М. А. Корнеева

*Представлены результаты компьютерного моделирования структуры электромагнитного поля СВЧ разряда в кварцевой колбе, помещенной в цилиндрический резонатор, плазма которого удерживается магнитной ловушкой. Использовано приближение холодной плазмы. Цилиндрический резонатор возбуждается через узкую щель в боковой стенке. Показано, что в исследуемом разряде традиционная модель электронно-циклотронного резонанса в скрещенных полях применима на низких плотностях электронов. При увеличении плотности формируется волна, распространяющаяся от области возбуждения в азимутальном направлении. При дальнейшем увеличении плотности электронов коэффициент поглощения волны падает и угловое распределение поля представляет стоячую волну.*

*Ключевые слова:* ЭЦР-разряд, открытая магнитная ловушка, моделирование плазмы, приближение холодной плазмы, Comsol Multiphysics.

### Введение

Разряды на электронном циклотронном резонансе применяются в современной физике для создания источников многозарядных ионов [1–3], ионов водорода для ускорителей протонов [4, 5], маневровых двигателей космических аппаратов [6], плазмохимических установок для обработки материалов [7–13]. Преимущество источников на ЭЦР-разряде – простота создания плазмы при низком давлении

$P$  рабочего газа, когда частота столкновений электронов  $\nu$  много меньше частоты поля  $\omega$ .

В зависимости от давления такой разряд может существовать в различных режимах [1–5, 14]. При очень низких давлениях электроны в области циклотронного резонанса приобретают энергию до десятков эВ и выше, их функция распределения по энергиям сильно отклоняется от максвелловской, а степень ионизации газа может превышать 100 % (для источников многозарядных ионов). Увеличение вкладываемой в разряд мощности в этих условиях приводит к росту средней энергии электронов.

При повышении давления степень ионизации плазмы падает, и температура электронов определяется балансом ионизации и потерь заряженных частиц в разряде [15]. В этом случае увеличение СВЧ-мощности приводит к увеличению плотности электронов. Эта форма разряда используется в плазмохимических реакторах. Плотность электронов  $n_e$  в таких разрядах в рабочем режиме близка к критической ( $n_C = m\omega^2/4\pi e^2$ ;  $e, m$  – заряд и масса электрона) или превышает ее, поэтому пространственное

---

 Двинин Сергей Александрович<sup>1,2</sup>, д.ф.-м.н., доцент.

E-mail: DvininSA@my.msu.ru

Корнеева Мария Анатольевна<sup>2,3</sup>, зав. лаб., инженер-технолог.

E-mail: korneevama@mail.ru

<sup>1</sup> ФГБОУ ВО Московский государственный университет имени М. В. Ломоносова.

Россия, 119991, Москва, Ленинские горы, 1.

<sup>2</sup> Российский университет дружбы народов.

Россия, 117198, Москва, ул. Миклухо-Маклая, 6.

<sup>3</sup> ФГУ ФНЦ «Научно-исследовательский институт системных исследований Российской академии наук». Россия, 117218, Москва, Нахимовский просп., 36, корп. 1.

Статья поступила в редакцию. 12.06.2023

После доработки 25.06.2023

Принята к публикации 30.06.2023

распределение СВЧ-поля существенно искажается плазмой. Многообразие применений обусловило множество вариантов геометрий разрядных установок, в которых реализуется ЭЦР взаимодействие, отличающихся пространственной конфигурацией постоянного магнитного поля, способом возбуждения электромагнитного поля и его частотами. Применение одномодовых резонаторов во многих случаях недостаточно эффективно, так как налагает жесткие ограничения на линейные размеры резонаторов. Поэтому в последние годы изучаются разряды при одновременном возбуждении нескольких мод колебаний [16, 17].

В данной работе исследуются особенности возбуждения электрического поля в сверхвысокочастотном (СВЧ) резонансном разряде в многомодовом цилиндрическом резонаторе.

Особенность этого разряда заключается в том, что упругость магнитного поля складывается с упругостью ленгмюровских колебаний, и резонанс может наблюдаться не при равенстве циклотронной частоты  $\Omega_{Ce}$  и частоты поля  $\omega$ , а на верхнегибридной частоте  $\omega_H = \sqrt{\Omega_{Ce}^2 + \omega_{Le}^2}$ , а также в возможности использования различных мод резонатора для поддержания плазмы.

Экспериментальные исследования [18], показали, что структура поля в рассматриваемом разряде изменяется с ростом давления газа. Для выяснения особенностей выявленных режимов разряда было проведено численное моделирование его электродинамики в приближении холодной плазмы. Такой подход, не применим для описания разряда при сверхнизком давлении, когда наблюдается большое количества быстрых электронов, но дает хотя бы качественное представление о пространственной структуре СВЧ-поля.

### Экспериментальная установка и параметры исследуемого разряда

Цилиндрический резонатор (высота 8,5 см, радиус 6,5 см) возбуждается через щель  $72 \times 3$  мм в боковой поверхности, параллельной оси разряда с помощью прямоугольного волновода  $72 \times 34$  мм<sup>2</sup>. Возбуждение вол-

новода на частоте 2,45 ГГц осуществляется от магнетронного генератора посредством штыревой антенны. СВЧ тракт снабжен направленным ответвителем и циркулятором с квадратичными детекторами для защиты магнетрона и мониторинга подводимой и отраженной мощности. Разряд создается в цилиндрической кварцевой колбе (диаметр 10 см, высота 5 см, толщина стенок 2 мм), помещенной в резонатор соосно. Напуск и откачка рабочего газа (аргона) проводится через патрубки в боковой стенке колбы. В исследованных рабочих режимах плазма в патрубках отсутствует. Резонатор помещен в поле зеркальной магнитной ловушки пробочного типа. Магнитное поле создается постоянными самарий-кобальтовыми ( $SmCo_6$ ) магнитами с системой магнитного замыкания (ярмо).

Линейные размеры резонатора обеспечивают эффективное возбуждение только двух мод в ненагруженном режиме:  $E_{010}$  и  $H_{111}$ . Для регистрации изменений поля через боковую стенку резонатора на глубину  $\sim 0,5$  см введена диагностическая петлевая антенна. При проведении экспериментов плоскость петли устанавливается либо перпендикулярно линиям магнитной индукции мод типа  $E$ , либо мод  $H$ -типа.

При низких давлениях  $P < 2 \times 10^{-4}$  Торр антенна регистрирует сигнал, соответствующий моде  $H_{111}$ . При повороте петли в перпендикулярное положение, соответствующее моде типа  $E$ , сигнал на антенне полностью отсутствует [18]. С ростом давления плазмообразующего газа наблюдаются существенные изменения в сигнале петлевой антенны в обоих положениях. По полученным результатам можно выделить 4 характерных режима генерации разряда. Проведенные ранее исследования показывают [18], что данные режимы отличаются световым потоком, спектральным составом излучения, температурой и концентрацией электронов.

Из эксперимента следует, что плазма изменяет электромагнитные свойства резонатора и структуру СВЧ-поля в нем. Для более детального изучения наблюдающихся при этом процессов был проведен численный расчет импеданса разряда и пространственного распределения поля, для условий, соответствующих эксперименту [18].

### Моделирование пространственного распределения электромагнитного поля в резонаторе

Численное моделирование осуществлялось с помощью пакета Comsol Multiphysics® (лицензия физического факультета МГУ). Плазма описывалась с помощью тензора диэлектрической проницаемости в приближении холодной плазмы:

$$(\epsilon_{ij}) = \begin{pmatrix} \epsilon_{\perp} & ig & 0 \\ -ig & \epsilon_{\perp} & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon_{\parallel} \end{pmatrix}, \quad (1)$$

$$\epsilon_{\perp} = 1 - \frac{n_e}{n_c} \left(1 + i \frac{v}{\omega}\right) / \left( \left(1 + i \frac{v}{\omega}\right)^2 - \frac{\Omega_{ce}^2}{\omega^2} \right),$$

$$g = \frac{n_e}{n_c} \frac{\Omega_{ce}}{\omega} / \left( \left(1 + i \frac{v}{\omega}\right)^2 - \frac{\Omega_{ce}^2}{\omega^2} \right),$$

$$\epsilon_{\parallel} = 1 - \frac{n_e}{n_c} / \left(1 + i \frac{v}{\omega}\right).$$

Магнитное поле пробочной конфигурации задавалось при помощи аналитического выражения магнитного поля:

$$\mathbf{B} = B_0 \left( \mathbf{e}_z \left( \left(1 + \frac{z^2}{l^2}\right) - \frac{r^2}{2l^2} \right) + \mathbf{e}_r \frac{zr}{l^2} \right). \quad (2)$$

Для исследуемой магнитной конфигурации  $B_0 = 875$  Гс,  $l = 3,078$  см. В центре резонатора выполнялись условия циклотронного резонанса. Отклонение измеренного значения магнитного поля от аппроксимационной формулы (2) по краям расчетной области (на расстоянии 5 см от оси) составляло не более 15%. Концентрация плазмы считалась однородной в пространстве внутри колбы, что является самым существенным отклонением от экспериментальных данных, т. к. зондовые измерения показывают рост концентрации электронов вдоль радиуса при приближении к центру плазмы. Диэлектрическая проницаемость плазмы в неоднородном магнитном поле записывалась в виде [21]:

$$\hat{\epsilon}_{ij} = \Phi^{-1} T^{-1} \begin{pmatrix} \epsilon_{\perp} & ig & 0 \\ -ig & \epsilon_{\perp} & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon_{\parallel} \end{pmatrix} T \Phi,$$

$$\Phi = \begin{pmatrix} \cos \varphi & \sin \varphi & 0 \\ -\sin \varphi & \cos \varphi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad T = \begin{pmatrix} \cos \theta & \sin \theta & 0 \\ -\sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix},$$

где  $\varphi$  – полярный угол,  $\theta$  – угол между направлением магнитного поля и осью  $z$ .

При расчете предполагалось, что волновод на достаточно большом расстоянии (22,6 см) от щели возбуждается полем СВЧ-волны (мода  $H_{10}$ ). Импеданс в плоскости возбуждения рассчитывался как отношение комплексных амплитуд электрического и магнитного полей в центре волновода [19]. Расчеты проводились при отношении  $v/\omega = 0,1$ .

### Результаты численного моделирования

На зависимости импеданса заполненного плазмой резонатора от плотности электронов наблюдается несколько резонансных всплесков поглощения (рис. 1). В области  $n_e < n_c$  (для частоты поля 2,45 ГГц  $n_c = 7,5 \times 10^{10} \text{ см}^{-3}$ ) присутствует только один пик поглощения при  $n_e \approx 4,8 \times 10^{10} \text{ см}^{-3}$ , а на закритических концентрациях их уже несколько. В промежутках между всплесками происходит качественная перестройка электромагнитного поля.

На низких плотностях  $n_e$  поле разряда наиболее близко собственной моде пустого резонатора  $H_{111}$  (рис. 2). При  $n_e = 1 \times 10^9 \text{ см}^{-3}$  линии электрического поля направлены строго параллельно вдоль радиуса резонатора, что делает данное распределение поля подходящим для реализации электронно-циклотронного резонанса в скрещенных полях. Этот режим реализуется экспериментально на низких давлениях плазмообразующего газа.

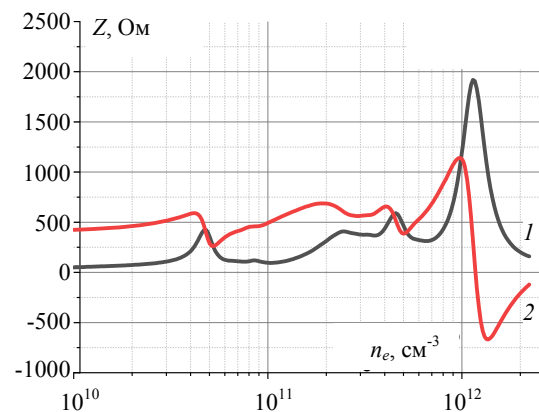


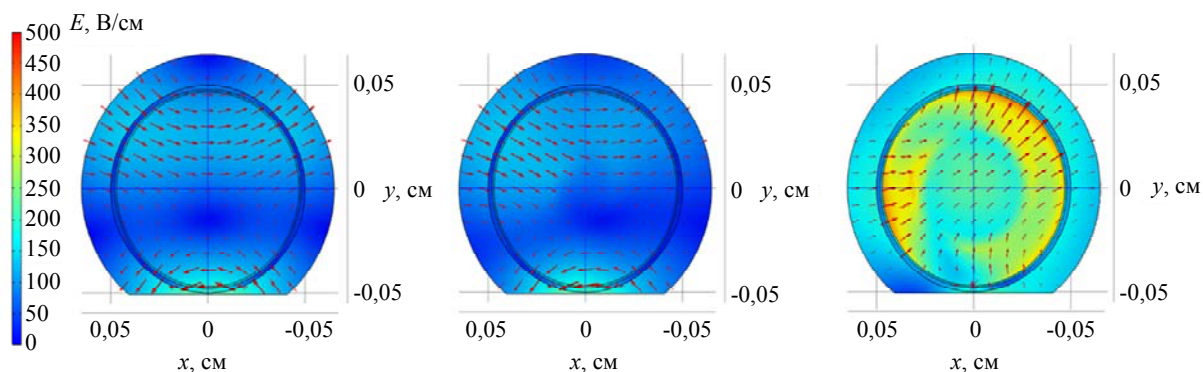
Рис. 1. Изменение импеданса резонатора при изменении плотности электронов. Расчет в пакете Комсол. Кривая 1 –  $ReZ$ , кривая 2 –  $ImZ$

Поглощение СВЧ-волны в этом режиме составляет 80 %, генерируемая освещенность составляет единицы Лк, а температура электронов приближается к 20 эВ, что свидетельствует об эффективности удержания плазмы. При увеличении концентрации электронов до  $1 \times 10^{10} \text{ см}^{-3}$  появляется компонента поля, направленная в сторону торцевой стенки резонатора. При этом наблюдается небольшой подъем поглощения. На петлевой антенне фиксируется появление сигнала, характерного для моды типа E. Доля поглощаемой в разряде мощности падает до 65 %, что свидетельствует об изменении импеданса резонатора.

При концентрации электронов  $5 \times 10^{10} \text{ см}^{-3}$  в эксперименте происходит резкое увеличение излучения разряда с увеличением освещенности до 15 Лк. В модели при  $n_e = 4,78 \times 10^{10} \text{ см}^{-3}$  наблюдается резонансное поглощение мощ-

ности (рис. 1). Распределение поля при этом существенно отличается от моды  $H_{111}$  – максимум электрического поля смещается к боковым стенкам резонатора (рис. 2). В эксперименте также наблюдается рост поглощаемой мощности до 80 %.

При низких концентрациях электронов в пространственном распределении поля в резонаторе можно выделить две компоненты – поле волны  $H_{111}$  и поле мод, находящихся вдали от резонанса, сосредоточенное вблизи входной щели. Основное поглощение обеих компонент происходит в резонансной области. По мере увеличения плотности электронов (рис. 2) первая компонента уменьшается, а максимум поля второй компоненты смещается относительно положения щели по азимуту вследствие нарушения магнитным полем изотропности пространства.



**Рис. 2.** Пространственное распределение модуля напряженности электрического поля при концентрациях электронов ниже критического значения (слева направо  $n_e = 1 \times 10^9 \text{ см}^{-3}$ ,  $1 \times 10^{10} \text{ см}^{-3}$ ,  $n_e = 4,78 \times 10^{10} \text{ см}^{-3}$ ). Центральное сечение колбы, возбуждающая щель внизу

Следующий режим начинается после перехода к закритическим концентрациям (рис. 3). При этом на зависимости импеданса наблюдается 3 всплеска поглощения (рис. 1). В эксперименте [18] плотность электронов в данном режиме составляет  $3 \times 10^{11} \text{ см}^{-3}$ , что может соответствовать первому всплеску поглощения в закритической области (рис. 1, 3). Поскольку магнитное поле в окрестности щели меньше циклотронного, поле плохо проникает в плазму и до резонансной области в центре колбы почти не доходит. Глубина проникно-

вения при моделировании совпадает с теоретическими оценками и составляет около 3 см. Распределение поля при этом сильно несимметрично. Формируется электромагнитная волна, распространяющаяся по азимуту в периферийной области, свободной от плазмы, от щели в одну сторону. В эксперименте в данном режиме наблюдается 90 % поглощение СВЧ-мощности, сопровождаемое очень ярким свечением. Линии ионов при этом в спектре разряда полностью отсутствуют, а температура электронов опускается до 2 эВ.

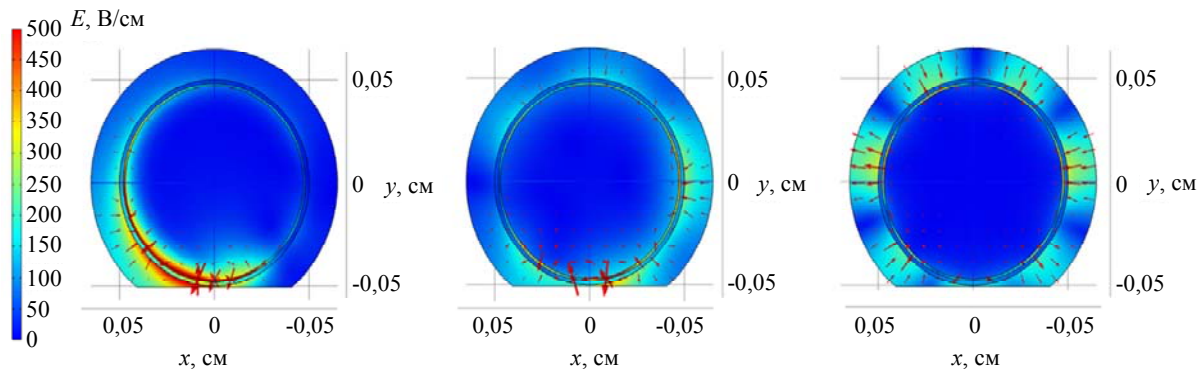


Рис. 3. Распределения, аналогичные рис. 2, но при концентрациях электронов выше критического значения (слева направо  $n_e = 2,45 \times 10^{11} \text{ см}^{-3}$ ,  $4,49 \times 10^{11} \text{ см}^{-3}$ ,  $n_e = 1,1 \times 10^{12} \text{ см}^{-3}$ )

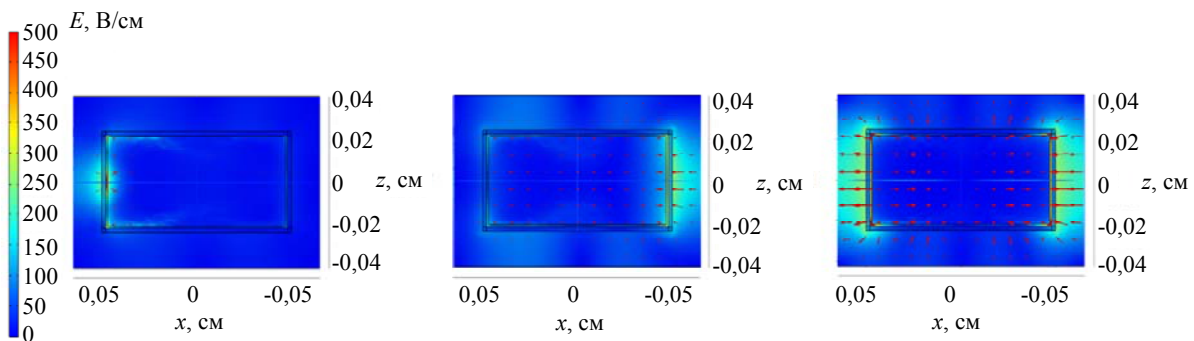


Рис. 4. Структура электрического поля при закритических концентрациях электронов (слева направо  $n_e = 2,45 \times 10^{11} \text{ см}^{-3}$ ,  $4,49 \times 10^{11} \text{ см}^{-3}$ ,  $n_e = 1,1 \times 10^{12} \text{ см}^{-3}$ ). Сечение в плоскости  $y = 0$

Дальнейшее увеличение плотности электронов приводит к уменьшению поглощения распространяющейся по азимуту волны вследствие уменьшения глубины проникновения волны в плазму и формирования стоячей волны. Всплески поглощения поля (рис. 1) соответствуют резонансам с разными азимутальными числами  $m$ .

Для построения приближенной аналитической модели разряда, в особенности при высоких плотностях электронов, когда нарушается структура поля моды  $H_{111}$ , интерес представляет анализ эволюции распределения поля вдоль оси  $OZ$ . Моделирование показало, что распределение поля в периферийной области повторяет по структуре распределение поля в окрестности возбуждающей щели (рис. 4). При увеличении плотности электронов происходит постепенное увеличение размера локализации поля вдоль оси  $OZ$ , что можно связать с влиянием дифракции поля в осевом направлении при увеличении длины распространения волны по азимутальному углу. Интересно отметить существенную роль колбы, приводящей к усилению СВЧ-поля в

окрестности ее ребра, которое приводит к распространению вторичных волн вдоль боковой и торцевой поверхностей. Это поле играет существенную роль при малых плотностях электронов, когда поле основной волны, распространяющейся в азимутальном направлении, еще не достигает ребер колбы, а также при высоких плотностях электронов в области минимума поля стоячей поверхностной волны.

### Заключение

По результатам математического моделирования проведено сопоставление экспериментально наблюдаемых режимов поддержания разряда и смоделированного пространственного распределения СВЧ-поля резонансного разряда в пробкотроне. Показано, что на зависимости импеданса заполненного плазмой резонатора наблюдается несколько всплесков поглощения при определенных плотностях электронов, причем в промежутке между всплесками происходит качественная перестройка электромагнитного поля. Представленные результаты моделирования согла-

суются с полученными ранее экспериментальными данными. Показано, что при низких концентрациях электронов распределение СВЧ-поля соответствует режиму поддержания ЭЦР в скрещенных полях. Полученные результаты представляют интерес при разработке источников плазмы и источников ионов, основанных на использовании многомодовых СВЧ-резонаторов.

## ЛИТЕРАТУРА

1. *Gammino S. P.* / Proceedings of the CAS–CERN Accelerator School: Ion Sources. Senec, Slovakia. 2012. P. 123–164.
2. *Nakamura T., Wada H., Asaji T., Furuse M.* / Review of scientific instruments. 2016. Vol. 85. P. 02A737.
3. *Богомолов С. Л., Бондарченко А. Е., Ефремов А. А., Кузьменков К. И., Лебедев А. Н., Миронов В. Е., Логинов В. Н., Язвицкий Н. Ю., Конев Н. Н.* // Письма в ЭЧАЯ. 2018. Т. 15. № 7(219). С. 849–853.
4. *Gammino S., Selona L., Giavola G., Maimone F., Mascali D.* / Review of scientific instruments. 2010. Vol. 81. P. 02B313.
5. *Zhang W. H., Ma H. Y., Yang Y., Wu Q., et al.* / Review of scientific instruments. 2012. Vol. 83. P. 02A329.
6. *Fu S., Ding Z., Ke Y., Tian L.* / IEEE Transactions on plasma science. 2020. Vol. 48. № 3. P. 676–684.
7. *Alton G. D., Smithe D. N.* / Review of Scientific Instruments. 1994. Vol. 65. P. 775.
8. *Asmussen J., Grotjohn T. A., Mak P., Perrin M. A.* / IEEE transactions on plasma science. 1997. Vol. 25. № 6. P. 1996–1221.
9. *Yonesu A., Shinohara S., Yamashiro Y., Kawai Y.* / Thin Solid Films. 2001. Vol. 390. P. 208–211.
10. *Muta H., Koga M., Itagaki N., Cavai Y.* / Surface and Coating technology. 2003. Vol. 171. P. 157–161.
11. *Koga M., Yonesu A., Kawai Y.* / Surface and Coatings Technology. 2003. Vol. 171. P. 216–221.
12. *Kim S. B., Kim D. C., Namkung W., Cho M., Yoo S. J.* / Review of Scientific Instruments. 2010. Vol. 81. P. 083301.
13. *Megía-Macías A., Barrios-Díaz E., Jauberteau J.-L., Jauberteau I.* / IEEE transactions on instrumentation and measurement. 2020. Vol. 69. № 7. P. 5128–5137.
14. *Dandl R. A., Guest G. E.* / Journal of Vacuum Science & Technology. 1991. Vol. 9. № 6. P. 3119–3125.
15. *Wu W., Zhang A., Peng S., Ma T., Jiang Y., Li K., Zhang J., Zhang T., Wen J., Xu Y., Guo Z., Chen J.* / Vacuum. 2020. Vol. 182. P. 109744.
16. *Geller R.* Electron Cyclotron Resonance Ion Sources and ECR Plasmas. – Philadelphia: Inst.Phys., 1996.
17. *Celona L., Gammino S., Maimone F., Mascali D., Gambino N., Miracoli R., Ciavola G.* / The European Physical Journal D. 2011. Vol. 61. P. 107–115.
18. *Asanina S. G., Korneeva M. A.* / Plasma Physics Reports. 2022. Vol. 48. № 2. P. 96–100.
19. *Фелсен Л., Маркувитц Н.* Излучение и рассеяние волн. Т. 1. – М.: Мир, 1978.
20. *Mironov V., Bogomolov S., Bondarchenko A., Efremov A., Loginov V., Pugachev D.* / arXiv:2008.08929 [physics.acc-ph], <https://doi.org/10.48550/arXiv.2008.08929>

PACS: 52.80.-s, 52.50.Sw, 52.40.Db, 52.35.Hr, 52.50.Qt

## Numerical simulation of the spatial structure of the electromagnetic field of microwave discharge in a magnetic trap

*S. A. Dvinin<sup>1,2</sup> and M. A. Korneeva<sup>2,3</sup>*

<sup>1</sup> Lomonosov Moscow State university  
1 Leninskie Gory, Moscow, 119991, Russia  
E-mail: DvininSA@my.msu.ru

<sup>2</sup> RUDN University  
6 Miklukho-Maklaya st., Moscow, 117198, Russia

<sup>3</sup> Federal State Institution Federal Research Center "Research Institute for System Research of the Russian Academy of Sciences"  
Bd. 1, 36 Nakhimovsky Ave., Moscow, 117218, Russia

Received 12.06.2023; revised 25.06.2023; accepted 30.06.2023

*The paper presents the results of computer simulation of the structure of the electromagnetic field of a microwave discharge in a quartz bulb placed in a cylindrical resonator. The plasma is*



*contained by a magnetic trap. The cold plasma approximation was used. The cylindrical resonator is excited through a narrow slot in the side wall. It is shown that in the discharge under study the traditional model of electron-cyclotron resonance in crossed fields is applicable at low electron densities. As the density increases, a wave that propagates from the excitation region in the azimuthal direction is formed. With a further increase in the electron density, the absorption coefficient of the wave decreases, and the angular distribution of the field represents a standing wave.*

**Keywords:** ECR discharge, open magnetic trap, plasma simulation, cold plasma approximation, Comsol Multiphysics.

DOI: 10.51368/1996-0948-2023-4-41-47

## REFERENCES

1. Gammino S. P., Proceedings of the CAS–CERN Accelerator School, Ion Sources. Senec, Slovakia, 2012, pp. 123–164.
2. Nakamura T., Wada H., Asaji T. and Furuse M., Review of scientific instruments **85**, 02A737 (2016).
3. Bogomolov S. L., Bondarchenko A. E., Efremov A. A., Kuzmenkov K. I., Lebedev A. N., Mironov V. E., Loginov V. N., Yazvitsky N. Yu. and Konev N. N., Letters to ECHAYA **15** (7(219)), 849–853 (2018) [in Russian].
4. Gammino S., Selona L., Giavola G., Maimone F. and Mascali D., Review of scientific instruments **81**, 02B313 (2010).
5. Zhang W. H., Ma H. Y., Yang Y., Wu Q. et al., Review of scientific instruments **83**, 02A329 (2012).
6. Fu S., Ding Z., Ke Y. and Tian L., IEEE Transactions on plasma science **48** (3), 676–684 (2020).
7. Alton G. D. and Smithe D. N., Review of Scientific Instruments **65**, 775 (1994).
8. Asmussen J., Grotjohn T. A., Mak P. and Perrin M. A., IEEE transactions on plasma science **25** (6), 1996–1221 (1997).
9. Yonesu A., Shinohara S., Yamashiro Y. and Kawai Y., Thin Solid Films **390**, 208–211 (2001).
10. Muta H., Koga M., Itagaki N. and Cavai Y., Surface and Coating technology **171**, 157–161 (2003).
11. Koga M., Yonesu A. and Kawai Y., Surface and Coatings Technology **171**, 216–221 (2003).
12. Kim S. B., Kim D. C., Namkung W., Cho M. and Yoo S. J., Review of Scientific Instruments **81**, 083301 (2010).
13. Megia-Macías A., Barrios-Díaz E., Jauberteau J.-L. and Jauberteau I., IEEE transactions on instrumentation and measurement **69** (7), 5128–5137 (2020).
14. Dandl R. A. and Guest G. E., Journal of Vacuum Science & Technology **9** (6), 3119–3125 (1991).
15. Wu W., Zhang A., Peng S., Ma T., Jiang Y., Li K., Zhang J., Zhang T., Wen J., Xu Y., Guo Z. and Chen J., Vacuum **182**, 109744 (2020).
16. Geller R., Electron Cyclotron Resonance Ion Sources and ECR Plasmas, Philadelphia, Inst. Phys., 1996.
17. Celonaa L., Gammino S., Maimone F., Mascali D., Gambino N., Miracoli R. and Ciavola G., The European Physical Journal D **61**, 107–115 (2011).
18. Asanina S. G. and Korneeva M. A., Plasma Physics Reports **48** (2), 96–100 (2022).
19. Felsen L. and Markuvitz N., Radiation and scattering of waves, vol. 1, Moscow, Mir, 1978.
20. Mironov V., Bogomolov S., Bondarchenko A., Efremov A., Loginov V. and Pugachev D., arXiv:2008.08929 [physics.acc-ph], <https://doi.org/10.48550/arXiv.2008.08929>